

MAT203 ANALİTİK GEOMETRİ I DERSİ ARASINAV SORULARI

03.12.2022

SORU 1: xoy dik koordinat sistemi ve aralarında 30° açı bulunan $x'o'y'$ eğik koordinat sistemi veriliyor. xoy dik koordinat sisteminde verilen $A(1,1)$ noktasının $x'o'y'$ sistemindeki koordinatlarını bulunuz. ($m(\hat{x}x') = 30^\circ$) (20 puan)

SORU 2: Kartezyen koordinatlarda verilen $A(0,4)$ noktasının kutupsal koordinatlarını bulunuz (10 puan)

SORU 3: Düzlemde $A(1,1)$ noktasından geçen ve $x - y + 5 = 0$ doğrusuna paralel olan doğruyu bulunuz (10 puan)

SORU 4: Silindirik koordinatlarda verilen $P(2, \frac{3\pi}{4}, -4)$ noktasının Kartezyen koordinatlarını bulunuz. (10 puan)

SORU 5: $u = (1, 2, 3)$ ve $v = (-1, 2, 3)$ için $\|u \times v\| = ?$ (15 puan)

SORU 6: $A(1, 2, 3)$ noktasından geçen ve doğrultmanı $v = (-1, 0, 2)$ olan doğrunun parametrik denklemini yazınız (10 puan)

SORU 7: $d_1 \dots \frac{2x+5}{3} = \frac{y}{3} = z = \lambda$ ve $d_2 \dots \frac{x+4}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+1}{3} = t$ doğrularının birbirine göre durumunu inceleyiniz (20 puan)

$$P \dots x + 2y + 2z - 4 = 0$$

SORU 8: $Q \dots 2x + 4y + 4z - 7 = 0$ düzlemlerinin birbirine göre durumunu inceleyiniz (15

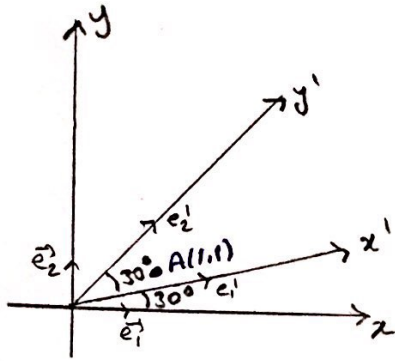
$$R \dots 3x + 6y + 3z - 5 = 0$$

puan)

Süre: 100 dakikadır.

CEVAP ANAHTARI

1)



$$\vec{OA} = 1\vec{e}_1 + 1\vec{e}_2$$

A'nın $x'y'$ deki koordinatları (x', y') olsun.

$$\Rightarrow \vec{OA} = x'\vec{e}_1' + y'\vec{e}_2'$$

$$\Rightarrow \vec{e}_1 + \vec{e}_2 = x'\vec{e}_1' + y'\vec{e}_2' \dots (x)$$

(x) eşitliğinin her iki yanını önce \vec{e}_1 sonra \vec{e}_2 ile iç çarpalım

$$\Rightarrow 1 = x' \cos 30^\circ + y' \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} x' + \frac{1}{2} y' = 1$$

$$1 = x' \cos 60^\circ + y' \cos 30^\circ$$

$$\frac{1}{2} x' + \frac{\sqrt{3}}{2} y' = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} x' + y' = 2$$

$$x' + \sqrt{3} y' = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = \sqrt{3} - 1 \\ y' = \sqrt{3} - 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow A(\sqrt{3}-1, \sqrt{3}-1)$ olur.

2) $x = r \cos \alpha$
 $y = r \sin \alpha$

$$\Rightarrow r^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = \pm 4$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \arctan\left(\frac{4}{0}\right) \Rightarrow \alpha = 90^\circ, 270^\circ$$

$r = 4$ için $\begin{cases} x = r \cos \alpha \\ y = r \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow \alpha = 90^\circ$

$\Rightarrow (4, 90^\circ), (-4, 270^\circ)$ olur.

3) $m_d = \perp \Rightarrow y - 1 = \perp(x - 1) \Rightarrow y = x$ olur.

4) $\begin{cases} x = r \cos \alpha \\ y = r \sin \alpha \\ z = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \cos \frac{3\pi}{4} \\ y = 2 \sin \frac{3\pi}{4} \\ z = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ y = \sqrt{2} \\ z = -4 \end{cases} \Rightarrow P(-\sqrt{2}, \sqrt{2}, -4)$

5) $\Delta \times \Delta = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (0, -6, 4) \Rightarrow \|\Delta \times \Delta\| = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

6) $\begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases}$

$$7) d_1 \dots - \frac{x+5/2}{3/2} = \frac{y}{3} = z = \lambda$$

$$\Rightarrow \vec{v}_1 = \left(\frac{3}{2}, 3, 1\right) \Rightarrow \vec{v}_1 = (3, 6, 2), \vec{v}_2 = (2, 4, 3)$$

$$\lambda = 0 \text{ için } A\left(-\frac{5}{2}, 0, 0\right) \in d_1, t = 0 \text{ için } B(-4, -3, -1) \in d_2$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = \left(-\frac{3}{2}, -3, -1\right)$$

$$\det(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{AB}) = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \\ -\frac{3}{2} & -3 & -1 \end{vmatrix} = 3 \cdot 5 - 6 \cdot \frac{5}{2} + 2 \cdot 0 = 0$$

d_1 ve d_2 bir noktada kesişir.

8) P ve Q paralel, R bunları keser